

RELATÓRIO PEDAGÓGICO

Explicação de Matemática A - 11.º ano | Versão anonimizada

Identificação	Aluno/a
Data	12/05/2026
Horário	16:00-17:00
Tema principal	Funções racionais, limites e assíntotas
Professor/explicador	Miguel Simoes

Objetivo

Registrar os conteúdos trabalhados, as evidências de aprendizagem, as dificuldades prioritárias e um plano de consolidação com exercícios personalizados.

Relatório elaborado com base na transcrição automática da sessão. Foram removidos os dados de identificação do/a aluno/a.

1. Resumo da aula

Na sessão foi realizada uma revisão das funções racionais, com incidência na determinação do domínio e na identificação de assíntotas verticais e horizontais. Foram analisados o comportamento da função junto dos valores excluídos do domínio e os limites quando x tende para mais ou menos infinito.

Trabalhou-se a distinção entre um valor excluído do domínio e uma verdadeira assíntota vertical, bem como os limites laterais e o efeito do sinal do denominador. A aula incluiu fatorização, simplificação de expressões racionais, divisão de polinómios e utilização do Desmos para confirmar resultados.

2. Conceitos ensinados

- Distinção entre função polinomial e função racional.
- Determinação do domínio: o denominador não pode ser zero.
- Valores excluídos, descontinuidades e candidatos a assíntotas.
- Limites laterais e interpretação de 0^+ , 0^- , $+\infty$ e $-\infty$.
- Assíntotas verticais e horizontais.
- Forma $f(x)=a+b/(x-c)$, com assíntotas $x=c$ e $y=a$.
- Fatorização, cancelamento de fatores comuns e preservação do domínio original.
- Divisão de polinómios e interpretação gráfica com o Desmos.

3. Conceitos demonstrados pelo/a aluno/a

- Reconhece funções racionais e a presença da variável no denominador.
- Aplica a condição de existência e identifica valores excluídos.
- Fatoriza expressões simples, incluindo a colocação de x em evidência.
- Distingue, em exemplos simples, assíntotas verticais e horizontais.
- Compreende a ideia geral de aproximação assintótica.
- Reconhece que nem todos os valores excluídos originam assíntotas verticais.
- Reconhece expressões equivalentes e relaciona o cálculo com o gráfico.

4. Dificuldades observadas

Assíntota vertical

Confusão inicial entre a reta $x=2$, o ponto de abcissa 2 e a ideia de a função passar nesse valor.

Limites laterais

A aproximação pela esquerda e pela direita ainda exige apoio, assim como a leitura de $x \rightarrow a^-$ e $x \rightarrow a^+$.

Sinais próximos de zero

É necessário automatizar o sinal de $x-a$ em cada lado do valor crítico.

Assíntota horizontal

Persistem dúvidas sobre a aproximação por valores superiores ou inferiores.

Domínio e descontinuidades

Deve consolidar a diferença entre valor excluído, descontinuidade removível e assíntota vertical.

Simplificação

O cancelamento de um fator não elimina as restrições do domínio original.

5. Erros prioritários a prevenir

- Interpretar $x \rightarrow 2^-$ como “2 negativo”.
- Assumir que todo o zero do denominador produz uma assíntota vertical.
- Dizer que a função passa pelo valor da assíntota vertical.
- Trocar o sinal de $x-c$ à esquerda e à direita de c .
- Perder um sinal negativo exterior à fração.
- Esquecer restrições depois de cancelar um fator comum.
- Trocar as equações: vertical é $x=a$; horizontal é $y=b$.

6. Pré-requisitos a consolidar

- Números relativos e regras de sinais.
- Operações com frações e multiplicação pelo inverso.
- Fatorização por fator comum e lei do anulamento do produto.
- Divisão de polinómios.
- Distinção entre expressão, função, domínio e gráfico.
- Leitura de abcissas, ordenadas e comportamento local.

Prioridade: aplicar estes conhecimentos de forma autónoma no estudo de limites e assíntotas.

7. Recomendações pedagógicas

- Começar sempre pelo domínio: denominador $\neq 0$.
- Associar $x \rightarrow a^-$ a $x-a < 0$ e $x \rightarrow a^+$ a $x-a > 0$.
- Separar o trabalho em domínio, limites e confirmação gráfica.
- Comparar exemplos com e sem fator cancelável.
- Escrever o domínio original junto da expressão simplificada.
- Verificar sinais antes de indicar $+\infty$ ou $-\infty$.
- Prever o gráfico antes de usar o Desmos.
- Consolidar assíntotas verticais e horizontais antes das oblíquas.

8. Informação para o encarregado de educação

Na sessão foi efetuada uma revisão das funções racionais, com especial atenção à determinação do domínio, aos limites e às assíntotas verticais e horizontais.

O/A aluno/a revelou conhecer os conceitos gerais e conseguiu identificar a condição de existência, valores excluídos do domínio e a distinção básica entre assíntotas verticais e horizontais.

Demonstrou também capacidade para fatorizar expressões simples e reconhecer formas algébricas equivalentes.

As principais dificuldades surgiram na interpretação dos limites laterais e na análise dos sinais quando o denominador se aproxima de zero. Verificou-se ainda hesitação na interpretação geométrica de uma assíntota vertical e na distinção entre um valor excluído e uma verdadeira assíntota.

Ao longo da explicação, o/a aluno/a respondeu positivamente às orientações e corrigiu algumas respostas com apoio de exemplos numéricos e gráficos.

Apreciação global: evolução positiva. A prioridade é aumentar a autonomia na justificação e reduzir a dependência da representação gráfica.

9. Plano de trabalho

Bloco	Trabalho	Objetivo
1	Regras de sinais e números relativos: 15 min	Automatizar sinais
2	Domínio, fatorização e simplificação: 25 min	Preservar restrições
3	Limites laterais: 25 min	Distinguir lados e infinitos
4	Assíntotas horizontais: 20 min	Reconhecer a forma adequada
5	Verificação no Desmos: 10 min	Confirmar previsões

Meta: analisar autonomamente uma função racional simples, indicando domínio, zeros, assíntotas, limites laterais, comportamento no infinito e esboço do gráfico.

10. Exercícios personalizados com soluções

Resolver primeiro sem consultar a solução e usar o gráfico apenas para confirmar.

1. Domínio

Enunciado: Determina o domínio de $f(x)=5/(x-3)$.

Solução: $x-3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$. $Df = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

2. Assíntotas

Enunciado: Para $f(x)=2+4/(x-1)$, identifica as assíntotas.

Solução: Vertical: $x=1$. Horizontal: $y=2$.

3. Limites laterais

Enunciado: Para $f(x)=3/(x-2)$, calcula os limites em 2.

Solução: $x \rightarrow 2^-$: $-\infty$; $x \rightarrow 2^+$: $+\infty$.

4. Sinal exterior

Enunciado: Para $f(x)=2-3/(x-2)$, calcula os limites em 2.

Solução: $x \rightarrow 2^-$: $+\infty$; $x \rightarrow 2^+$: $-\infty$.

5. Aproximação horizontal

Enunciado: Em $f(x)=2-3/(x-2)$, estuda $x \rightarrow +\infty$.

Solução: $f(x) \rightarrow 2$ por valores inferiores.

6. Fator comum

Enunciado: Estuda $f(x)=(x^2+2x)/(x^2-3x)$.

Solução: Domínio: $\mathbb{R} \setminus \{0,3\}$. Simplificada: $(x+2)/(x-3)$, mantendo $x \neq 0,3$.

7. Descontinuidade removível

Enunciado: Na função anterior, $x=0$ é assíntota?

Solução: Não. O limite é $-2/3$, logo a descontinuidade é removível.

8. Candidatos

Enunciado: Estuda $g(x)=x(x-1)/[x(x+2)(x-4)]$.

Solução: Domínio exclui -2,0,4. Assíntotas verticais: $x=-2$ e $x=4$; $x=0$ é removível.

9. Forma adequada

Enunciado: Escreve $(3x+5)/(x-2)$ na forma $a+b/(x-c)$.

Solução: $3+11/(x-2)$. Assíntotas: $x=2$ e $y=3$.

10. Estudo integrado

Enunciado: Estuda $h(x)=1-2/(x+3)$.

Solução: Domínio: $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$; AV: $x=-3$; AH: $y=1$; limites em -3: $+\infty$ à esquerda e $-\infty$ à direita; zero: $x=-1$.